

CAPITULO

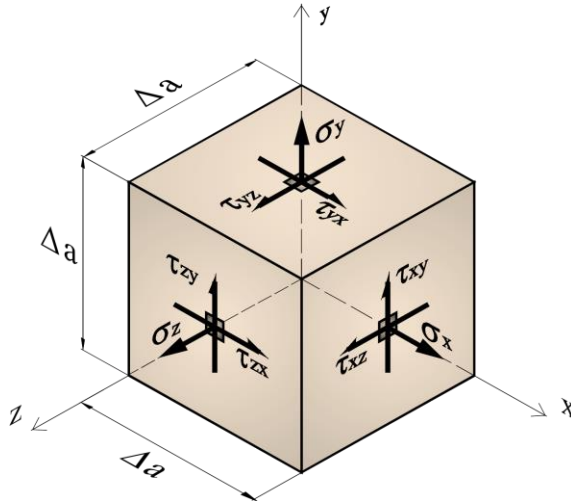
5

RESISTENCIA DE MATERIALES

APUNTES DE CLASE
UIS

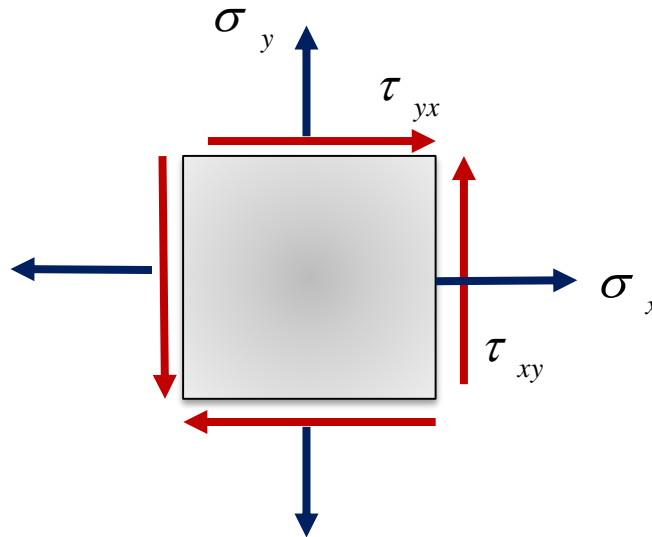
**CARGA
COMBINADA**

Esfuerzos Principales, Esfuerzo Plano



Estado general de esfuerzos en un punto:
caso triaxial

Para simplificar la deducción se limitará
al estudio de los esfuerzos en un plano.



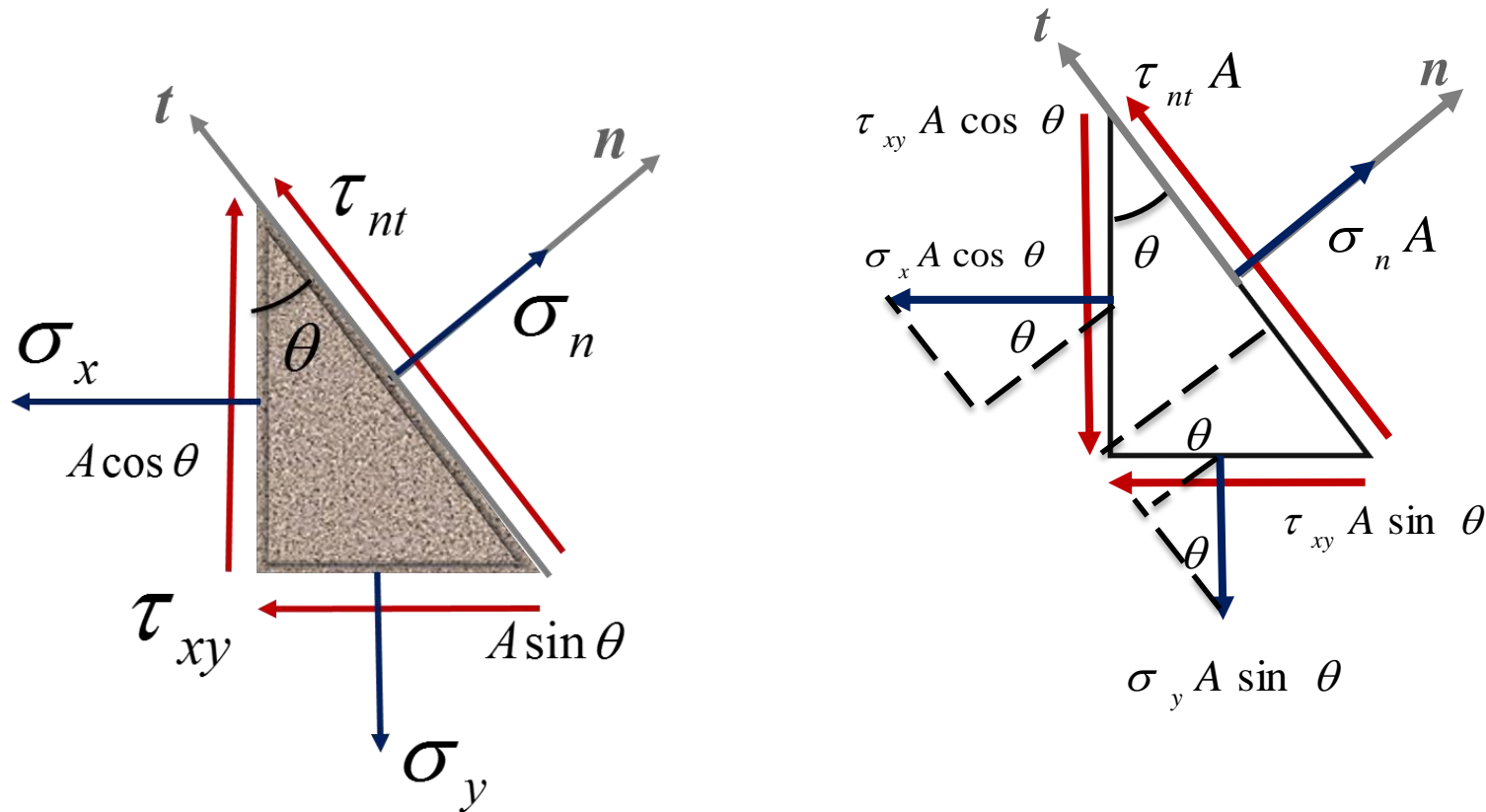
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

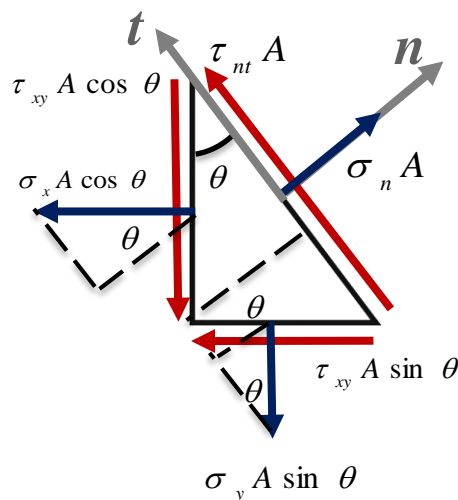
$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

Estado de Esfuerzo Plano

Interesa el estado de esfuerzos planos y los planos θ_1 y θ_2 donde se hallan σ_{\max} y τ_{\max} respectivamente.



Estado de Esfuerzo Plano



$$\sum F_n = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_n A = \sigma_x A \cos^2 \theta + \sigma_y A \sin^2 \theta + \tau_{xy} A \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} A \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_n = \sigma_x \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2} \right) + \sigma_y \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_n = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

1

$$\sum F_t = 0 \rightarrow \tau_{nt} A = \sigma_y A \sin \theta \cos \theta - \sigma_x A \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} A \cos^2 \theta - \tau_{xy} A \sin^2 \theta$$

$$\tau_{nt} = \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \sin 2\theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

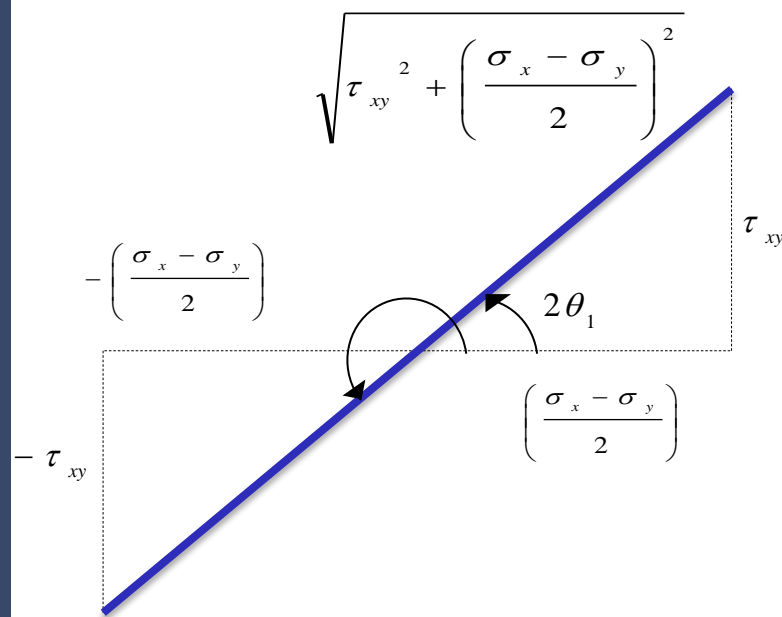
$$\tau_{nt} = - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

2

Estado de Esfuerzo Plano

Para $\sigma_n \text{ max} \rightarrow \frac{d\sigma_n}{d\theta} = 0 = -\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)(2) \sin 2\theta_1 + 2\tau_{xy} \cos 2\theta_1$

$$\therefore \theta_1 = \frac{1}{2} \text{atan} \left(\frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} \right) \quad (3)$$



Puede estar en el 1er o en el 3er cuadrante.

$$\cos 2\theta_1 = \pm \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}}$$

$$\sin 2\theta_1 = \pm \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}}$$

Estado de Esfuerzo Plano

Reemplazando en la ecuación (1)

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}} \pm \frac{\tau_{xy}^2}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}}$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}$$

$$\sigma_{\max, \min} = \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} \rightarrow (+)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\min} \rightarrow (-)$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Estado de Esfuerzo Plano

Reemplazando las funciones $\cos(2\theta_1)$ y $\sin(2\theta_1)$ en la ecuación (2) se halla que τ_{nt} es cero y significa que los planos donde σ_n es máximo o mínimo el cortante es cero.

Estos planos se llaman *planos principales* y los esfuerzos correspondientes *esfuerzos principales*.

RESISTENCIA DE MATERIALES

Estado de Esfuerzo Plano

$$\tau_{nt} = -\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (2)$$

$$\text{Para } \tau_{nt, \max} \rightarrow \frac{d\tau_{nt}}{d\theta} = 0 = -2\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta_2 - 2\tau_{xy} \sin 2\theta_2$$

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta_2 = -\tau_{xy} \sin 2\theta_2$$

$$\tan 2\theta_2 = -\frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)}{\tau_{xy}} = -\frac{1}{\tan 2\theta_1}$$

Recíproco negativo

Esto significa que $2\theta_2$ está a 90° de $2\theta_1$ y entonces θ_2 está a 45° de θ_1

RESISTENCIA DE MATERIALES

Estado de Esfuerzo Plano

De manera similar como se halló $\cos 2\theta_1$ y $\sin 2\theta_1$ se halla que:

$$\sin 2\theta_2 = \pm \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}}$$

$$\cos 2\theta_2 = \mp \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}}$$

Reemplazando en la ecuación (2) se halla:

$$\tau_{nt} = \mp \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}} \mp \frac{\tau_{xy}^2}{\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}}$$

$$\tau_{nt} = \mp \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \rightarrow \tau_{\max}, \tau_{\min}$$

En valor absoluto

$$\tau_{\max} = \tau_{\min} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Reemplazando $\cos 2\theta_2$ y $\sin 2\theta_2$ en la ecuación (1) se halla que:

$$\sigma_{n2} = \sigma_{\theta2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

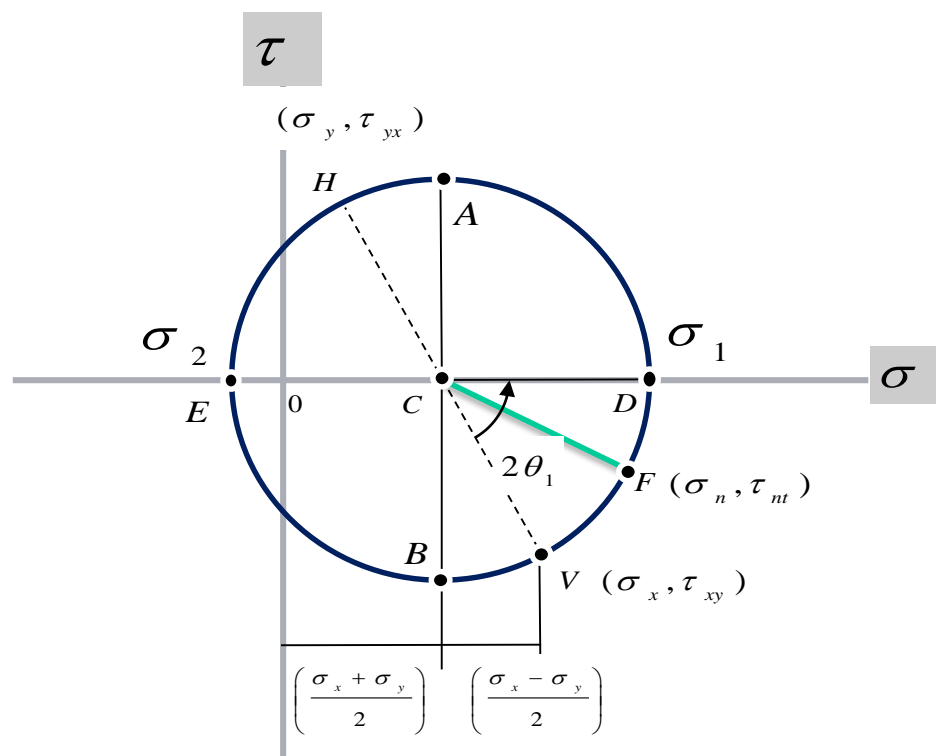
Por otra parte, restando σ_1, σ_2

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} = 2\tau_{\max}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Círculo de Mohr para esfuerzos principales

Las ecuaciones para determinar σ_n, τ_{nt} y los esfuerzos principales τ_{\max} y σ_{\max} para el esfuerzo plano se pueden representar de forma gráfica mediante un trazado conocido como *Círculo de Mohr*.



La construcción a escala de este círculo permite obtener los valores de $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}, \theta_1$ y θ_2 mediante mediciones directas sobre él.

Puede ser más utilizado como ayuda gráfica a la determinación analítica de las cantidades deseadas.

$$CA = R = \tau_{\max}$$

$$CB = -R = \tau_{\min}$$

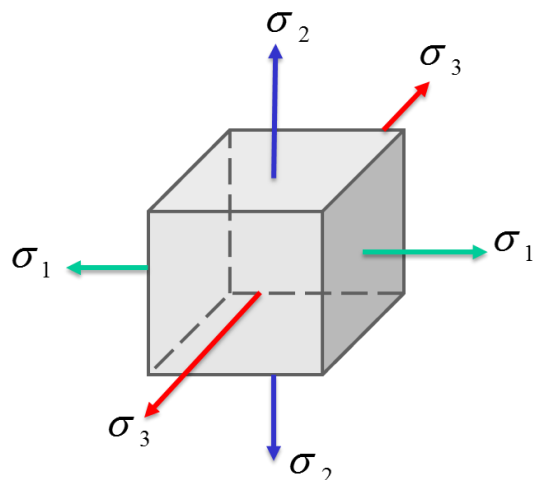
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Circulo de Mohr para esfuerzos principales

- 1) Con los esfuerzos σ_x, τ_{xy} de la cota vertical se sitúa el punto V de acuerdo al sistema de coordenadas definido anteriormente.
- 2) Con los esfuerzos σ_y, τ_{yx} de la cota horizontal se sitúa el punto H. La línea VH es el diámetro del círculo de Mohr. El intercepto C de esta línea con el eje horizontal será el centro del círculo. La línea CV representa el plano vertical y CH representa el plano horizontal.
- 3) Como θ se mide con respecto al plano vertical y en el círculo CH y CV están a 180° , entonces en el círculo la orientación se maneja como 2θ respecto a la cota vertical CV.
- 4) Las coordenadas de cada punto del círculo representan σ_n y τ_{nt} para un plano particular que pase por el punto cargado. De esta manera, los interceptos del círculo representan los valores σ_1 y σ_2 (puntos D y E) y las líneas CD y CE representan los planos donde actúan σ_1 y σ_2 respectivamente. El ángulo entre CV y CD será entonces $2\theta_1$.
- 5) Los puntos más altos y más bajo del círculo (A y B) definen los planos donde el cortante es máximo o mínimo respectivamente y el ángulo entre CV y CA será entonces $2\theta_2$.

Circulo de Mohr para esfuerzos principales

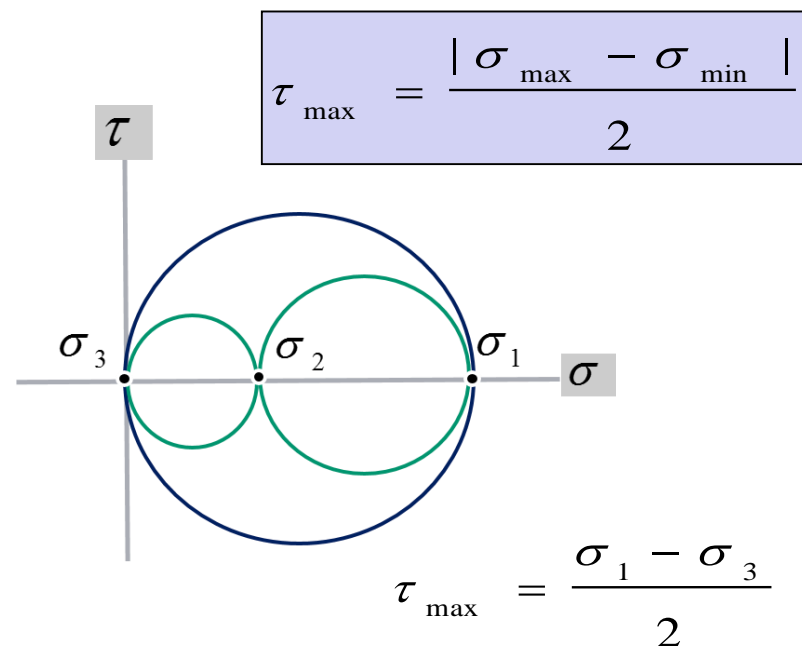
Estado triaxial de Esfuerzos Principales



$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Si $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 < 0$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$



En el plano $\sigma_3 = 0$:

Si σ_1 y σ_2 son positivos:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2}$$

Si σ_1 y σ_2 son negativos:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_2}{2}$$

RESISTENCIA DE MATERIALES

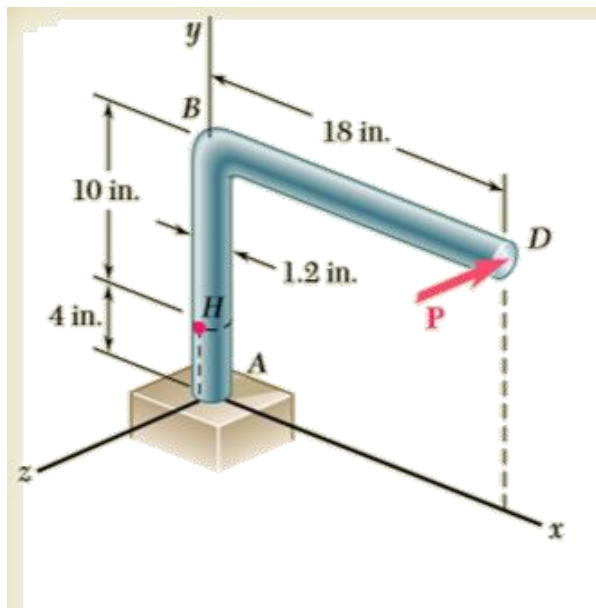
$$\therefore \theta_1 = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} \right)$$

$$\sigma_{\max, \min} = \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}$$

$$\tau_{\max} = \tau_{\min} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

Ejemplo.



Una fuerza única horizontal de magnitud $P=150$ lb se aplica en el extremo D de la palanca ABD . Sabiendo que la porción AB de la palanca tiene un diámetro de 1.2 in, determine:

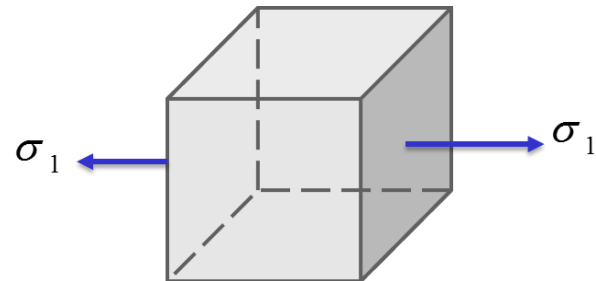
- Los esfuerzos normal y cortante en un elemento situado en el punto H con lados paralelos a los ejes x , y ,
- Los planos principales y los esfuerzos principales en el punto H .

Teorías de Falla

Prueba de tensión

Para una probeta de **material dúctil** el material falla cuando el esfuerzo axial llega al valor de fluencia S_y . El criterio de falla es la fluencia.

Si la probeta es de **material frágil**, el criterio normal de falla es de fisura frágil. El esfuerzo axial llega al valor de resistencia a la tensión S_u .



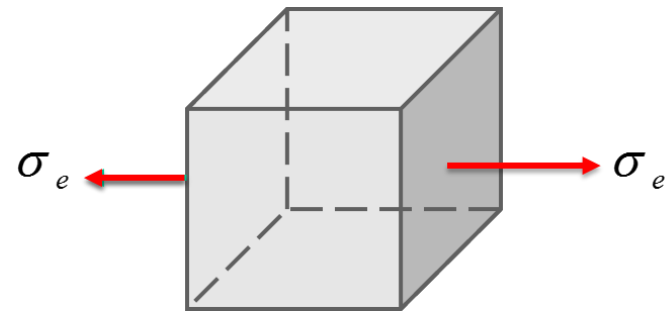
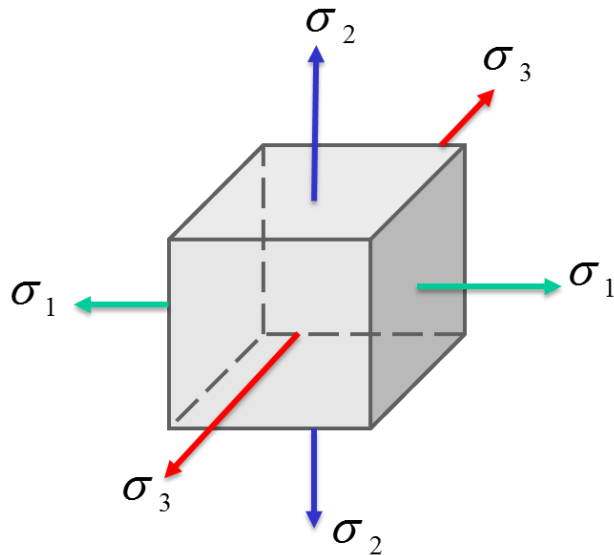
$$\sigma_e = \sigma_1$$

$$\sigma_e \leq S_y, S_u$$

Teorías de Falla

- Para *esfuerzos multiaxiales* se debe tomar en cuenta la causa real de falla y decir que combinaciones de esfuerzo conducen a esta.
- *Esfuerzo equivalente* a un estado de esfuerzos uniaxial: apartir de esfuerzos multiaxiales actuantes y **aplicar un criterio de falla según el material**.

Se abordan 4 teorías de falla bajo el supuesto que el material es homogéneo e isotrópo.



$$\sigma_e = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$\sigma_e = f(\sigma_1, \sigma_2)$$

Teorías de Falla para Materiales Dúctiles

1. TEORÍA DE ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO

“Un componente estructural es seguro siempre que el valor máximo del esfuerzo cortante, en este componente, permanezca por debajo del valor correspondiente del esfuerzo cortante que, en una prueba de tensión de una probeta del mismo material la hace fluir”.

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_{\max} - \sigma_{\min}|}{2}$$

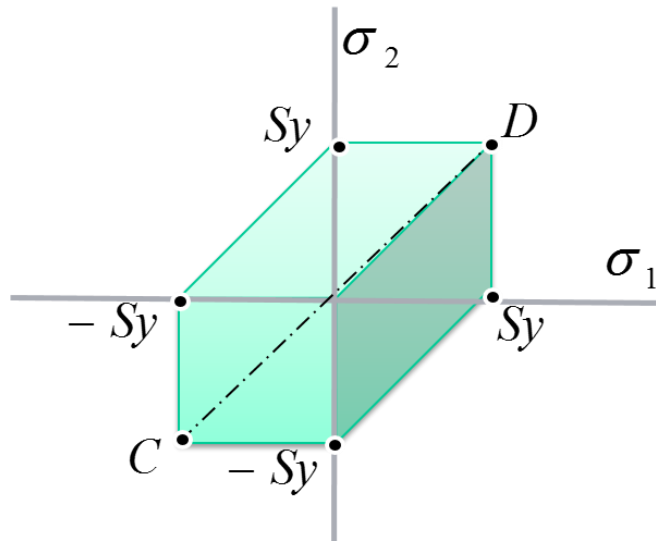
Para el estado de esfuerzo plano:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{\sigma_1}{2} && \text{Si } |\sigma_1| \geq |\sigma_2| \\ \tau_{\max} &= \frac{\sigma_2}{2} && \text{Si } |\sigma_2| \geq |\sigma_1| \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Si } \sigma_1 \text{ y } \sigma_2 \text{ tienen el mismo} \\ \text{signo} \end{array}$$
$$\left. \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right\} \begin{array}{l} \text{Si } \sigma_1 \text{ y } \sigma_2 \text{ tienen signo} \\ \text{contrario.} \end{array}$$

Teorías de Esfuerzo Cortante Máximo

Para el estado de esfuerzos uniaxial: $\tau_{\max} = \frac{\sigma_e}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_e = |\sigma_1| \quad \text{Si } |\sigma_1| \geq |\sigma_2| \\ \sigma_e = |\sigma_2| \quad \text{Si } |\sigma_2| \geq |\sigma_1| \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Si } \sigma_1 \text{ y } \sigma_2 \text{ tienen el mismo signo} \\ \text{Si } \sigma_1 \text{ y } \sigma_2 \text{ tienen signo contrario.} \end{array}$$
$$\sigma_e = |\sigma_1 - \sigma_2| / 2$$



Representación gráfica (Tresca):

Cualquier estado de esfuerzos de un punto que caiga dentro del hexágono será seguro. Si cae fuera representa falla.

Teorías de Falla para Materiales Dúctiles

2. TEORÍA DE LA ENERGÍA DE LA DISTORSIÓN MÁXIMA

Se supone que la fluencia se presenta cuando la energía asociada con el cambio de forma de un cuerpo bajo carga multiaxial es igual a la *energía de distorsión* requerida para hacer *fluir una probeta del mismo material* sometida a tensión.

Para una carga uniaxial
$$U = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$$

Para una carga multiaxial
$$U = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$$

De acuerdo a la Ley de Hooke
$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2)$$

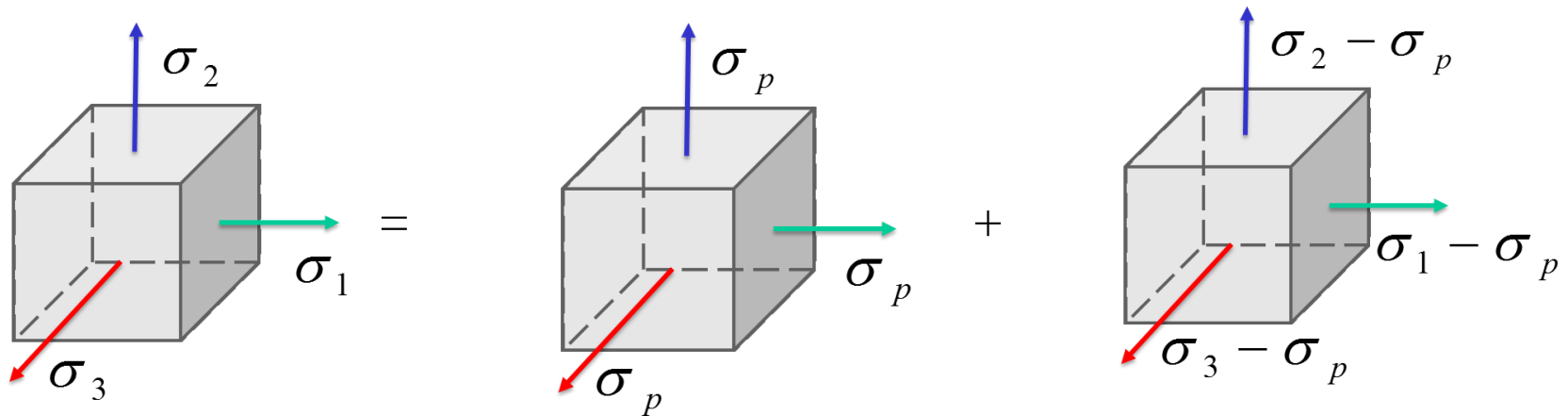
Teoría de la energía de la distorsión máxima

Reemplazando y simplificando se tiene:

$$U = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) \right]$$

Energía de deformación: energía que produce un cambio de volumen + energía que produce un cambio de forma, entonces,

$$U = U_v + U_d \rightarrow U_d = U - U_v$$



Deformación total = Cambio de Volumen + Cambio de Forma (distorsión)

Teoría de la energía de la distorsión máxima

El cambio de volumen por el esfuerzo promedio: $\sigma_p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$

No cambia la forma. Todas las caras están sometidos al mismo esfuerzo.

Reemplazando en la ecuación de energía de deformación se halla:

$$U_v = \frac{1}{2E} [3\sigma_p^2 - 2\nu(3\sigma_p^2)] = \frac{3\sigma_p^2}{2E} (1 - 2\nu)$$

$$U_v = \frac{(1 - 2\nu)3}{2E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2$$

$$U_v = \frac{(1 - 2\nu)}{6E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]$$

Reemplazando U y U_v en la ecuación para U_d y simplificando se halla:

$$U_d = \frac{(1 + \nu)}{3E} [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]$$

Teoría de la energía de la distorsión máxima

Para el estado de esfuerzo plano $\sigma_3 = 0$, entonces:

$$U_d = \frac{(1 + \nu)}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2]$$

En el estado de esfuerzos uniaxial se tendría tensión equivalente de von Mises:

$$U_d = \frac{(1 + \nu)}{3E} [\sigma_e^2]$$

En esfuerzo plano:

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - (\sigma_1 \sigma_2)}$$

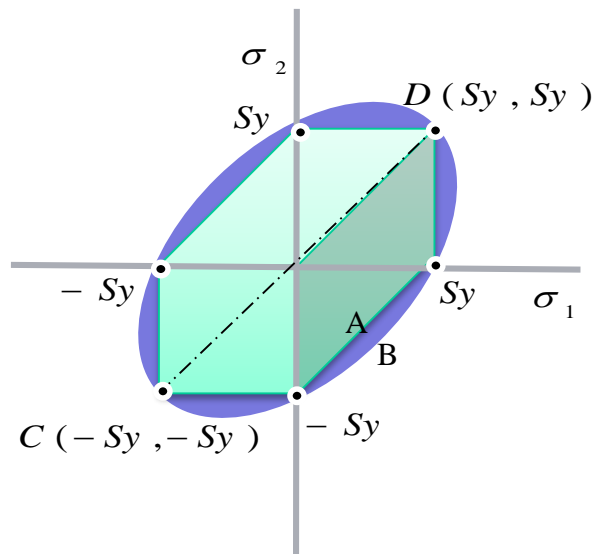
Finalmente, en 3D:

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)}$$

Teoría de la energía de la distorsión máxima

La ecuación corresponde a una elipse en el plano σ_1, σ_2 la cual corta los ejes coordenados, en su condición límite ($\sigma_e = Sy$) en $\sigma_1 = \pm Sy$ y $\sigma_2 = \pm Sy$

Además, esta elipse tiene un eje mayor a 45° y su eje menor a 135° con respecto a σ_1 .



El criterio del esfuerzo cortante máximo es **más conservador** que el criterio de máxima energía de distorsión, debido a que el hexágono está dentro de una elipse.

En experimentos, el criterio de máxima energía de distorsión es más preciso para predecir la fluencia en torsión.

Punto A $\tau_y = 0,5 Sy$

Experimentos

Punto B $\tau_y = 0,577 Sy$

$\tau_y = [0.55, 0.6] Sy$

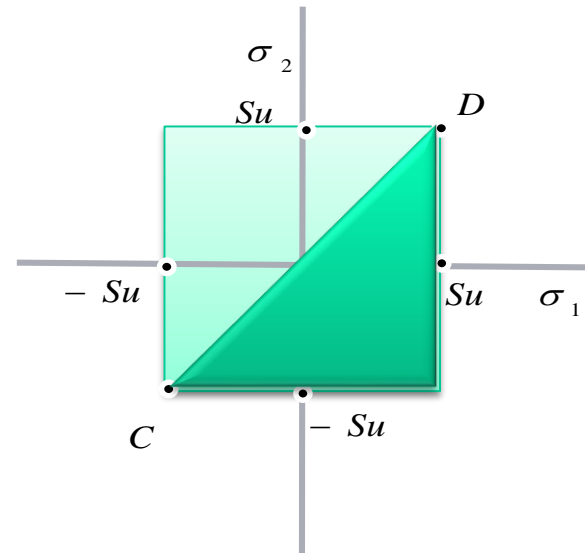
Teorías de falla para Materiales Frágiles

1. TEORÍA DE ESFUERZO NORMAL MÁXIMO

Una pieza de material frágil falla cuando el esfuerzo normal máximo de un estado de esfuerzos principales multiaxial es igual o mayor a la resistencia última de dicho material, obtenida mediante un ensayo de tensión uniaxial.

$$\sigma_e = |\sigma_1| \quad \text{Si } \sigma_1 > |\sigma_2|$$
$$\sigma_e = |\sigma_2| \quad \text{Si } \sigma_1 < |\sigma_2|$$

Para el estado de esfuerzo plano, estas ecuaciones se pueden graficar en el plano σ_1, σ_2 así:



Teorías de falla para Materiales Frágiles

2. TEORÍA DE FALLA DE MOHR

La teoría de esfuerzo normal máximo supone que la resistencia última de un material frágil es igual a tensión y a compresión. Sin embargo, esto no necesariamente es cierto. Cuando la resistencia última del material es diferente a tensión que a compresión no se debe usar dicha teoría. Para estos casos se propuso la teoría de falla de Mohr.

Según esta teoría, cuando σ_1 y σ_2 tienen el mismo signo, la falla se presenta si se alcanza cualquiera de los siguientes límites de esfuerzo:

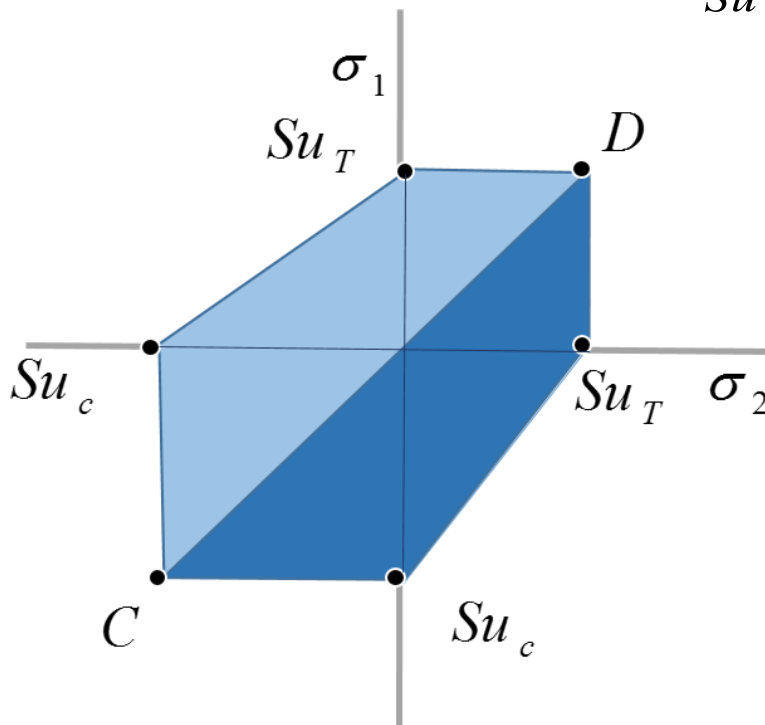
$$\sigma_e = \sigma_1 \leq Su_T \quad \text{ó} \quad \sigma_e = |\sigma_2| \leq Su_c$$

Si σ_1 y σ_2 tienen signos contrarios, la teoría de Mohr establece que la falla se presenta si el estado de esfuerzos cae en la línea o por debajo de la línea de la figura cuya ecuación es:

Teoría de Falla de Mohr

$$\frac{\sigma_1}{Su_T} = \frac{\sigma_2}{Su_c} + 1 \quad \text{Sin Factor de Seguridad}$$

$$\frac{\sigma_1}{Su_T} = \frac{\sigma_2}{Su_c} + \frac{1}{Ns} \quad \text{Con Factor de Seguridad}$$



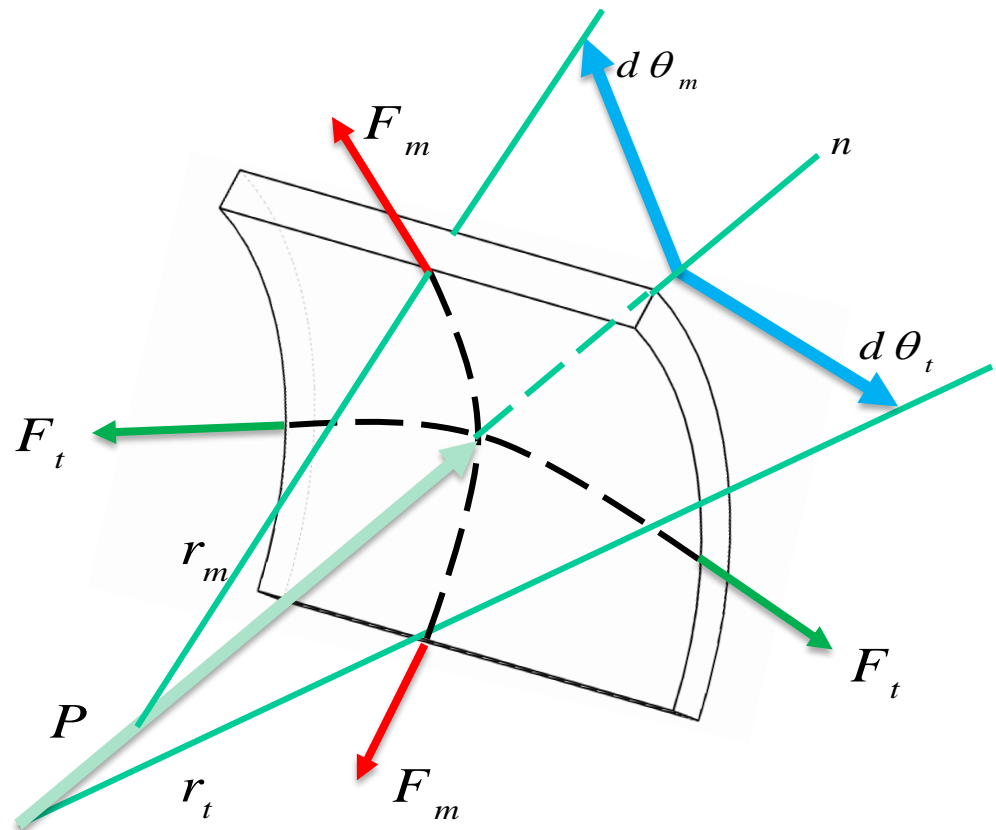
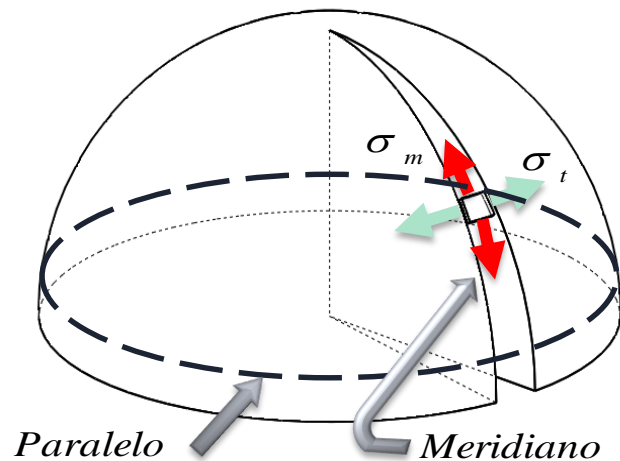
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ad,T}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_{ad,C}} + 1$$

Análisis de Carga Combinada

1. Se elige una sección crítica donde los esfuerzos son grandes. Por ejemplo, una sección transversal donde el momento flector tiene su valor máximo.
2. Se determina el estado de carga en la sección crítica (combinación de carga axial, flexión, torsión y fuerza cortante)
3. Se elige el punto crítico en la sección crítica, donde se presentan los mayores efectos debido a las cargas. Prioridades: Flexión, Torsión, Carga Axial, Cortante.
4. Se calculan los esfuerzos normal y cortante en el punto seleccionado, debido a cada una de las cargas actuantes. En paredes macizas se desprecia el cortante por flexión y en paredes delgadas solo se tiene en cuenta la componente cortante en la dirección del eje neutro.
5. Los esfuerzos individuales se combinan para obtener los esfuerzos resultantes en el punto seleccionado. Se obtienen los esfuerzos σ_x , σ_y y τ_{xy} .
6. Mediante las ecuaciones de transformación o el círculo de Mohr se determinan los esfuerzos principales y los esfuerzos cortantes máximos. Se aplica criterio de fallo

Recipientes sometidos a presión (pared delgada)

- Estructuras cerradas que contienen líquidos o gases a presión.
- Analizar los diagramas de cuerpo libre de las secciones de los recipientes y el fluido contenido en ellos.

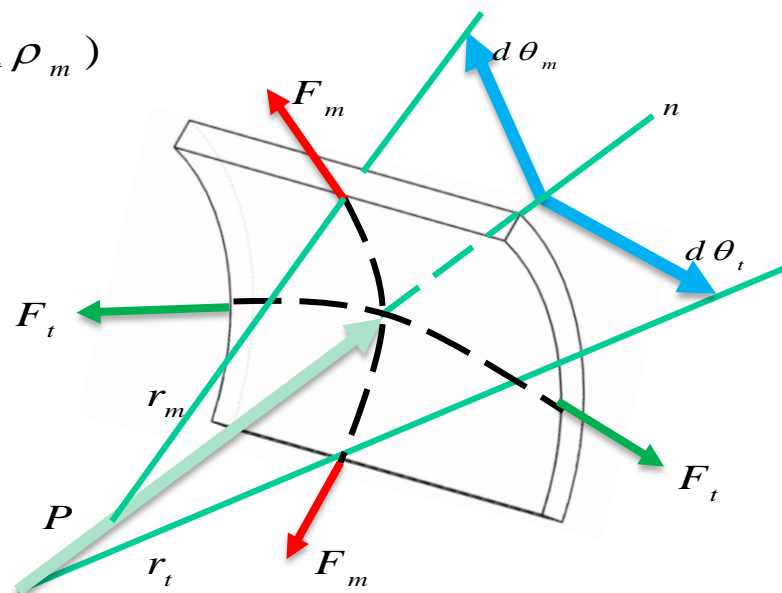


$$p(2\rho_m d\theta_m * 2\rho_t d\theta_t) - 2(\sigma_m 2\rho_t d\theta_t t) \sin d\theta_m - 2(\sigma_t 2\rho_m d\theta_m t) \sin d\theta_t = 0$$

$$4 p(\rho_m \rho_t d\theta_m d\theta_t) = 4 d\theta_t d\theta_m t(\sigma_m \rho_t + \sigma_t \rho_m)$$

$$\frac{p}{t} = \frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t}$$

Si la curvatura es en el sentido de la presión el término es (-)



RESISTENCIA DE MATERIALES

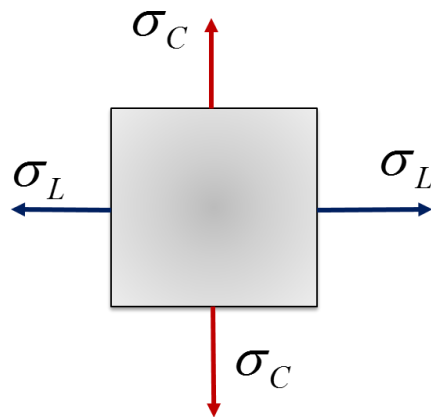
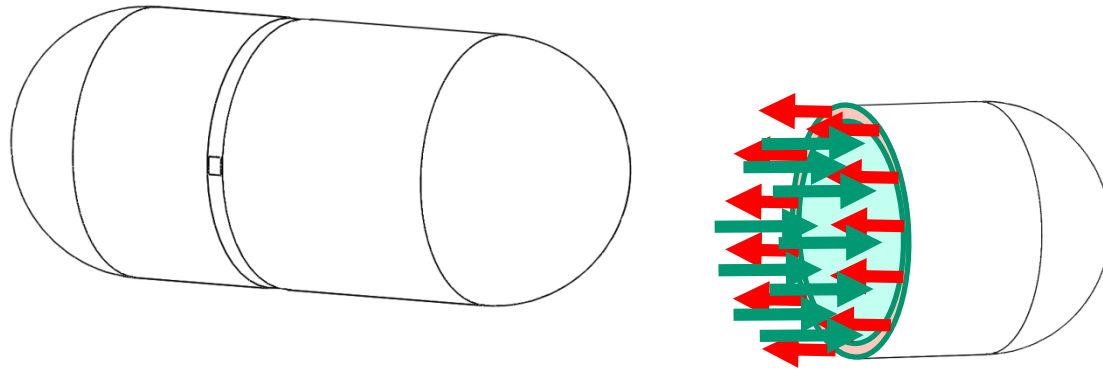
$$\frac{p}{t} = \frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t}$$

ρ_m es el radio de curvatura del meridiano y perpendicular al paralelo.

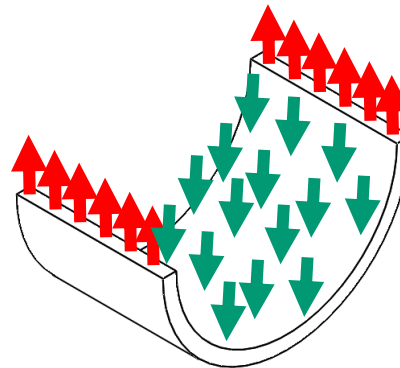
ρ_t es el radio de curvatura del paralelo y perpendicular al meridiano.

Como hay dos esfuerzos, se requiere una ecuación adicional, la cual puede obtenerse considerando el equilibrio estático de una parte del recipiente.

Recipientes Sometidos a Presión (Pared Delgada)



$$\sigma_C = 2\sigma_L$$



$$\sum F_x = 0$$

$$pA_o - \sigma_L A = 0$$

$$\sigma_L (2\pi R t) = p \pi R^2$$

$$\sigma_L = \frac{pR}{2t}$$

$$\sum F_y = 0$$

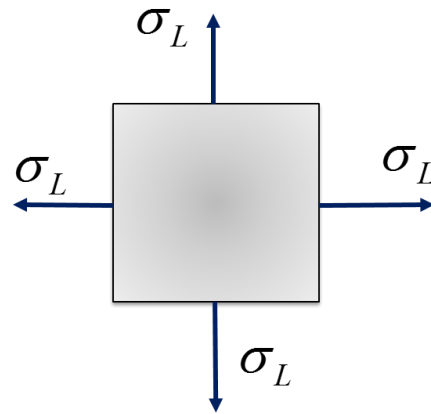
$$\sigma_c A_o - pA_p = 0$$

$$\sigma_c (2Lt) = p(2RL)$$

$$\sigma_c = \frac{pR}{t}$$

Recipientes Sometidos a Presión (Pared Delgada)

Recipientes Esféricos



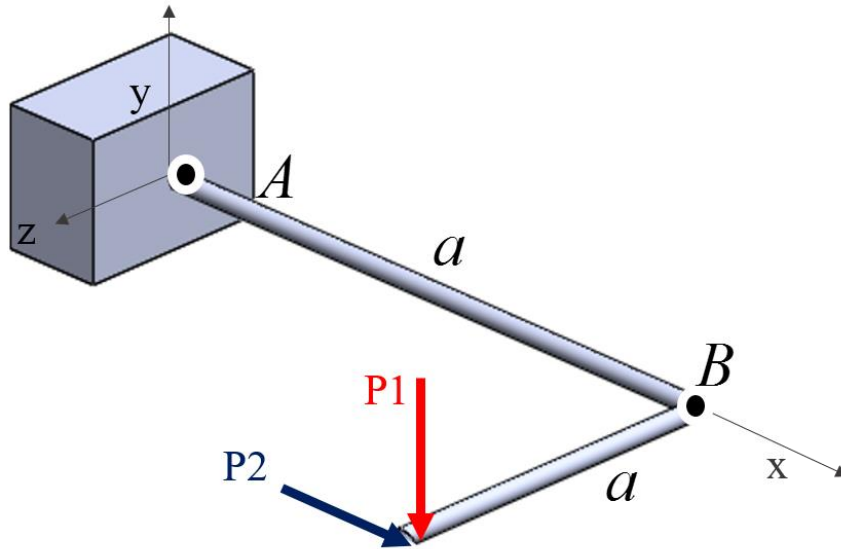
$$\sum F_x = 0$$

$$pA_o - \sigma_L A = 0$$

$$\sigma_L (2 \pi R t) = p \pi R^2$$

$$\sigma_L = \frac{pR}{2t}$$

EJEMPLO



Prioridad de Carga:

- 1) Flexión
- 2) Torsión
- 3) Carga Axial
- 4) Fuerza Cortante

Serie 11 . Carga Combinada

1. Si el tanque es de acero con $\tau_u=82$ Mpa y se requiere un factor de seguridad de 2.0; ¿para que valor de la deformación unitaria se deben tomar medidas con el fin de reducir la presión en el tanque? Tome $E=205$ Gpa y $\mu=0,3$

